

Profesor:
Max Cantoral

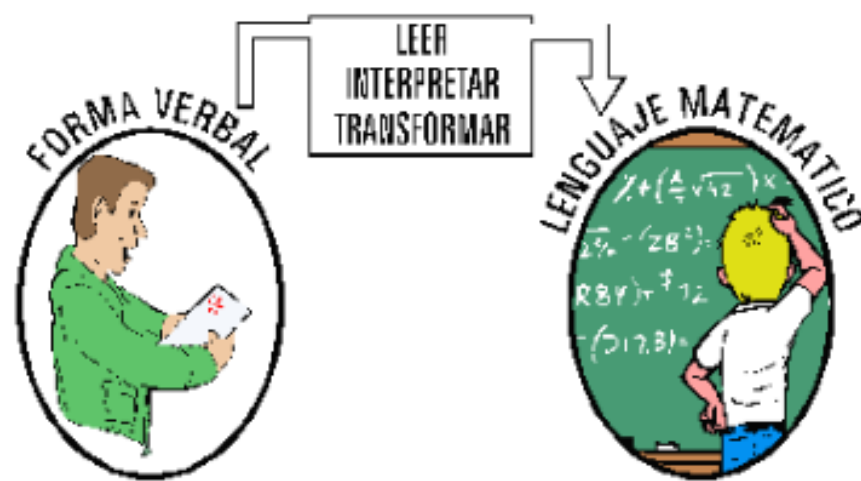


RAZONAMIENTO MATEMÁTICO

GRUPO PITÁGORAS

PLANTEO DE ECUACIONES

Uno de los motivos más interesantes de las matemáticas, consiste en el arte de interpretar (traducir) un problema en el lenguaje literal (vernáculo) a un lenguaje matemático, con ayuda de símbolos, variables y operaciones fundamentales . Este motivo se denomina «**Arte de plantear ecuaciones**».



Veamos a continuación algunos ejemplos de traducción parcial de un problema .

LENGUAJE CASTELLANO (ENUNCIADO)	LENGUAJE MATEMÁTICO (SIMBOLOGÍA)
Un número disminuido en 7	$x - 7$
Mi edad es 2 veces tu edad	Tú : x Yo : $2x$... (2 veces)
Mi edad es 2 veces más que la tuya	Tú : x Yo : $x + 2x = 3x$ (dos veces más)
El triple de un número , aumentado en 5	$3x + 5$
El triple , de un número aumentado en 5	$3(x + 5)$
La suma de 3 números consecutivos.	$x + (x + 1) + (x + 2)$ ó $(x - 1) + x + (x + 1)$
El exceso de A sobre B es 5 .	$A - B = 5$
A es excedido por B en 5 .	$B - A = 5$

PLANTEO DE ECUACIONES

LENGUAJE CASTELLANO (ENUNCIADO)	LENGUAJE MATEMÁTICO (SIMBOLOGÍA)
La suma de dos números es 13.	$x + y = 13$ ó $x + (13 - x)$
A es a B como 3 es a 5	$\frac{A}{B} = \frac{3}{5}$ ó $A = 3k$, $B = 5k$
Por cada 3 varones hay 7 niñas.	Varones : $3k$ Niñas : $7k$
¿Qué parte de A es B?	$\frac{B}{A}$
¿Qué tanto por ciento de A es B?	$\frac{B}{A} \times 100$
7 menos 3 veces un número	$7 - 3x$
7 menos de 3 veces un número	$3x - 7$
A es 9 más que B	$A - B = 9$
La mitad de x es tanto como el quintuple de y.	$\frac{x}{2} = 5y$

Observa las siguientes transformaciones :

01 La suma de tres números consecutivos es 72. $\Rightarrow x + (x+1) + (x+2) = 72$

02 La edad de Lenin es dos veces la edad de Bryan. \Rightarrow Lenin
2x años Brayan
x años

03 La edad de José es dos veces más que la edad de Juan. \Rightarrow José
3x años Juan
x años

04 Yo tengo la mitad de lo que tu tienes y él tiene el triple de lo que tu tienes.

\Rightarrow YO
x TU
2x EL
6x

05 El triple de un número, aumentado en 10

Sea x el número $\Rightarrow 3x+10$

06 El triple, de un número aumentado en 10

Sea x el número $\Rightarrow 3(x+10)$

07 El exceso de A sobre B es 50

$\Rightarrow A - B = 50$

08 En una reunión hay tantos hombres como el doble del número de mujeres .

	Hombres	Mujeres
\Rightarrow	$\boxed{2x}$	\boxed{x}

10 Any tiene S/.50 más que Lela

\Rightarrow Any : S/. $(x + 50)$ Lela : S/. x

PLANTEO Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

A continuación se indican algunas recomendaciones para resolver un problema :

- Lea el problema con cuidado.
- De ser posible , haga un dibujo que le ayude a visualizar el problema.
- Determine la cantidad que se debe encontrar , elija una letra para representar a esta cantidad desconocida . Escriba con exactitud lo que representa (significa). Si hay más de una cantidad desconocida , represente todas las otras en términos de la primera.

PLANTEO DE ECUACIONES

Un grupo de amigos piensa realizar un viaje en bus de 5000 km. En su presupuesto tienen incluido una cierta cantidad destinada a gastar en gasolina. Afortunadamente, el precio de la gasolina baja unos días antes de realizar el viaje, lo cual les va a permitir ahorrar 0,4 soles por km, gracias a esto, el carro podrá recorrer 250 km más de lo previsto. ¿A cuánto ascendió su presupuesto para gasolina?

A) 40 000

B) 42 000

C) 44 000

D) 48 000

Resolución:

	Gasto de gasolina por km	Número de km que tiene el viaje
Situación inicial	x	5000
Situación final	$x - 0,4$	5250

Dinero

Dinero

Piden:

$$x \cdot (5000) = (x - 0,4) \cdot (5250)$$

$$x \cdot (5000) = (8,4) \cdot (5000) = 42000$$

$$\rightarrow x = 8,4$$

Clave: "B"

PLANTEO DE ECUACIONES

Los soldados presentes de un batallón al reunirse siempre forman un cuadrado compacto cuando 13 de estos soldados están de guardia. Si se integran 68 soldados, entonces al reunirse el batallón completo forman un cuadrado compacto. ¿Cuántos soldados formaban inicialmente el batallón si al final son menos de 300? Dé como respuesta la suma de las cifras del número de soldados.

A) 12

B) 14

C) 13

D) 18

Resolución:

Número de soldados por lado en el cuadrado compacto inicial : “ x ”

Número total de soldados : $(x) \cdot (x) + 13 = x^2 + 13$ $= 157$

Luego: $(x^2 + 13) + 68 = y^2$

$$\rightarrow x = 40 \wedge y = 41$$

$$x^2 + 81 = y^2$$

$$\rightarrow x = 12 \wedge y = 15$$

$$81 = y^2 - x^2$$

$$\rightarrow x = 0 \wedge y = 9$$

$$1 \times 81 = 3 \times 27 = 9 \times 9 = (y - x) \cdot (y + x)$$

Clave: “C”

PLANTEO DE ECUACIONES

Se adquieren 1300 productos a S/.80 cada uno, para lo cual se aprovechó una promoción que consiste en regalar un producto por cada docena que se compre. ¿A qué precio se debe vender cada producto para ganar S/ 21 000 si se quiere realizar una promoción de regalar un producto por cada 3 que se compren?

A) S/.80

B) S/.140

C) S/.100

D) S/.120

Resolución:

Se adquiere

Compro	Me regalan	Recibo
12	1	13
1200	100	1300

Se vende

Vendo	Regalo	Entrego
3	1	4
975	325	1300

Inversión: $1200 \times 80 = 96000$

Recaudación: $96000 + 21000 = 117000$

Precio de venta de cada producto: “x”

Luego: $975 \cdot x = 117000$

$$x = 120$$

Clave: “D”

PLANTEO DE ECUACIONES

Para ver la película “**Los gritos del silencio**”, las entradas tienen los siguientes precios: platea S/ 50 y mezanine S/ 60. Un colegio regala entradas a sus 15 mejores alumnos como premio para ver esa película pero para cuidarlos envía a una tutora, la cual decide que los varones vayan a platea y ella con las mujeres a mezanine. ¿Cuántas alumnas fueron al cine si el gasto total de las entradas fue de S/ 890?

A) 5

B) 6

C) 8

D) 9

Resolución:

Zona	Precio/entrada	N° personas
Platea	S/50	15 - x
Mezanine	S/60	x

Luego:

$$50 \times (15 - x) + 60 \times (x + 1) = 890$$

$$\rightarrow X = 8$$

Clave: “C”

PLANTEO DE ECUACIONES

Dos negociaciones de vino ingresaron por una de las fronteras del Perú, una de las cuales portaba 64 botellas de vino y la otra 20; todas de la misma calidad. Como no tienen suficiente dinero para pagar los derechos de aduana, el primero paga con 5 botellas de vino más S/ 40 y el segundo paga con 2 botellas de vino, pero recibe de vuelto S/ 40. ¿Cuál es el precio de cada botella de vino? Considere que también se paga impuesto por las botellas que se dan como pago de impuesto.

A) S/ 120

B) S/ 110

C) S/ 90

D) S/ 9

Resolución: Precio de cada botella de vino: “ x ”

	Impuesto	N° botellas que ingresan
N₁: 64 botellas	$5x + 40$	59
N₂: 20 botellas	$2x - 40$	18

Luego: $\frac{59}{18} = \frac{5x + 40}{2x - 40} \rightarrow x = 110$

Clave: “B”

PLANTEO DE ECUACIONES

Un grupo de monos está dividido en dos bandos : la octava parte de ellos al cuadrado se solaza en el bosque, mientras que los otros doce juegan en el campo. La mayor cantidad de monos que podemos tener es :

A) 56 B) 64 C) 32 D) 48 E) 8

Resolución:

Sea «x» el número total de monos, luego según el enunciado :

$$\left(\frac{x}{8}\right)^2 + 12 = x \Rightarrow x^2 - 64x + 12 \times 64 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 16)(x - 48) = 0$$

$$\Rightarrow x = 16 \quad \text{ó} \quad x = 48$$

Clave: "D"

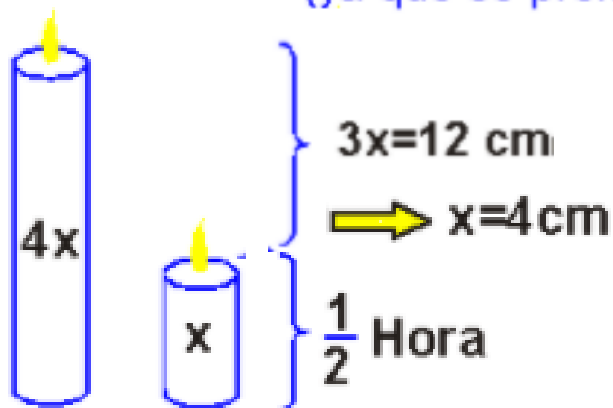
PLANTEO DE ECUACIONES

Dos cirios de igual calidad y diámetro difieren **12cm** . de longitud. Se encienden al mismo tiempo, y se observa que en un momento la longitud de uno es **4** veces la del otro y media hora después se terminó el más pequeño. Si el mayor dura **5** horas , ¿cuál era la longitud del más pequeño?

A) 32 cm B) 24 cm C) 28 cm D) 40 cm E) 36 cm

Resolución:

La diferencia de **12cm**. siempre se mantiene (ya que se prenden a la vez).



Luego : $\frac{1}{2}$ hora \Leftrightarrow 4cm.

\Rightarrow 1 hora \Leftrightarrow 8 cm.

\Rightarrow 5 horas \Leftrightarrow 40 cm. (Longitud del más grande)

La expresión a calcular será :

$$40 - 12 = 28 \text{ cm...} \left(\begin{array}{l} \text{Longitud} \\ \text{del más} \\ \text{pequeño} \end{array} \right)$$

Clave: "C"

PLANTEO DE ECUACIONES

En una reunión hay **28** personas . si Bertha baila con **9** varones , Pocha con **10** , Lourdes con **11** y así sucesivamente hasta que Miriam , la última , baila con todos los caballeros ;
¿cuántos caballeros hay en la fiesta?

A) 10 B) 12 C) 18 D) 15 E) 20

Resolución: De los datos del problema se deduce que :

Señorita	Ordinal	Caballero
Bertha	1	9
Pocha	2	10
Lourdes	3	11
⋮	⋮	⋮
Mirian (la ultima)	n	n+8

Además :

$$(\text{N}^{\circ} \text{ de señoritas}) + (\text{N}^{\circ} \text{ de caballeros}) = 28$$

$$n + n + 8 = 28 \Rightarrow 2n = 20 \Rightarrow n = 10$$

Por lo tanto , el total de caballeros es igual a, **n+8=18**

Clave: "C"

PLANTEO DE ECUACIONES

Si Karol tuviese 9 años menos, el tiempo que hubiera permanecido durmiendo sería la quinta parte del tiempo que hubiese permanecido despierto si es que tuviese 9 años más . Si en el transcurso de su vida duerme 8 horas diarias. ¿Cuántos años lleva durmiendo?

A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 21

Resolución:

Edad de Karol: x años

Duerme 8 horas diarias: $\frac{1}{3}$ del día



Permanece despierta 16 horas diarias: $\frac{2}{3}$ del día

Luego:

$$(x - 9) \times \frac{1}{3} = \frac{1}{5} \times \frac{2}{3} \times (x + 9) \quad \rightarrow \quad x = 21$$

Clave: "B"

PLANTEO DE ECUACIONES

María va al cine **3** días consecutivos de la semana; y lo hace al mes en tres semanas consecutivas. Si el primer día de un **cierto** mes es miércoles y la suma de las fechas, de los días que fue al cine en ese mes es **198**. ¿Qué día será la sexta vez que asistió al cine en dicho mes, si asiste siempre los mismos días?

- A) Miércoles 22 B) Lunes 20 C) Viernes 23
D) Jueves 23 E) Martes 22

Luego:



Se pide que día cae $14 + 9 = 23$



Miércoles +22 = Jueves

Resolución:

Sea «x» la fecha del primer día que asiste al cine, luego :

Primera semana	{	x $x + 1$ $x + 2$	<div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="border-left: 1px solid black; height: 100px; margin: 0 5px;"></div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; width: 20px; height: 20px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">+</div> <div style="border-left: 1px solid black; height: 100px; margin: 0 5px;"></div> </div>
Segunda semana	{	$x + 7$ $x + 8$ $x + 9$	
Tercera semana	{	$x + 14$ $x + 15$ $x + 16$	
		$9x + 72 = 198$ $x = 14$	

Clave: "D"

PLANTEO DE ECUACIONES

Mis camisas son de colores verde , azul y blanco . Si todas mis camisas son blancas , menos cuatro ; todas son azules , menos cuatro ; y todas son verdes, menos cuatro , ¿cuántas camisas tengo en total?

A) 16 B) 5 C) 6 D) 8 E) 10

Resolución: Sea x : Total de camisas

Luego según datos :

+	Blancas :	$x-4$	+	Sumando miembro a miembro
	Azules :	$x-4$		
	Verdes :	$x-4$		
		$\rightarrow x = 3x - 12 \leftarrow$		
$x = 6$ (Total)				

Clave: "C"

PLANTEO DE ECUACIONES

Lucas lanzó un dado veinticuatro veces y el puntaje total que obtuvo fue **98**. Si el puntaje que obtuvo en cada lanzamiento no es menor que **3** ni mayor que **5** y además en cuatro lanzamientos obtuvo el menor puntaje, ¿en cuántos lanzamientos obtuvo puntaje par?

- A) 8 B) 12 C) 16 D) 14 E) 6

Resolución:

Sea **x** el número de veces que se obtuvo un puntaje par, es decir, **4** puntos.

$$\underbrace{3+3+3+3}_{4 \text{ veces}} + \underbrace{4+4+\dots+4}_{x \text{ veces}} + \underbrace{5+5+5+\dots+5}_{(20-x) \text{ veces}} = 98 \text{ puntos}$$

$$\Rightarrow 3(4)+4(x)+5(20-x)=98$$

Resolviendo obtenemos : **x=14**

Clave: "D"

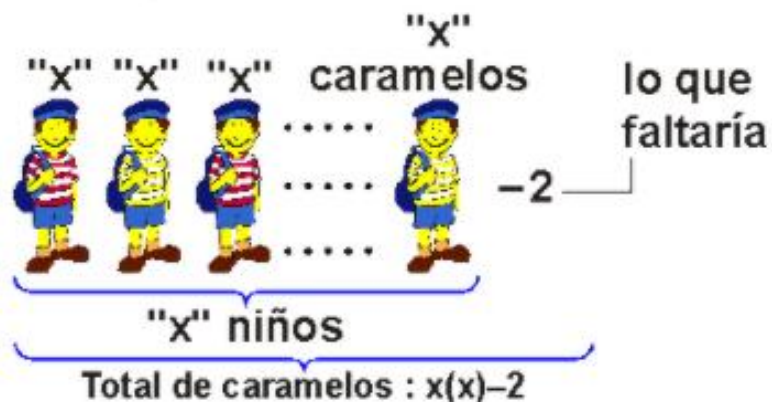
PLANTEO DE ECUACIONES

Si reparto tantos caramelos a cada niño , como niños hay, me faltan **2**, pero si doy un caramelo a cada niño me **sobran 70** caramelos . ¿Cuántos niños hay?

A) 7 B) 9 C) 8 D) 12 E) 6

Resolución:

Sea «**x**» el número de niños que hay , si a cada niño le entrega tantos caramelos como niños hay . Es decir , «**x**» caramelos , faltaría **2** caramelos . Esto significa que los caramelos que se dispone no alcanzarían, es decir :



Pero , si se le entrega a cada niño **1** caramelo, sobraría **70** caramelos, es decir :



Considerando el total de caramelos, igualaremos : $x^2 - 2 = x + 70$

$$\Rightarrow x^2 - x = 72 : \Rightarrow x = 9$$

Clave: "B"

Averiguando el número de los miembros de una familia, el hijo mayor contesta : Tengo el doble de hermanos que de hermanas», pero la niña menor contesta : «mis hermanos son el triple que mis hermanas» Entonces el total de hijos (varones y mujeres) es :

A) 7 B) 10 C) 15 D) 13 E) 11

Resolución:

Sea el número de hermanas del hijo mayor igual a «x», luego :



Entonces podemos deducir que :

Total de varones : $2x + 1$

Total de mujeres : x



Luego, de lo que dice la niña menor , plantearemos:

$$2x+1 = 3(x-1) :$$

$$\Rightarrow 2x+1 = 3x-3 \Rightarrow 4 = x$$

Piden el total de hijos que será $2(4)+1+4=13$

Clave: "D"

Un holgazán duerme normalmente todas las horas de cada día menos las que duerme
¿Cuántas horas permanece despierto diariamente?

A) 24 B) 6 C) ninguna D) 12 E) absurdo

Resolución:

Todas las horas : 24

Horas que duerme : x

Horas que permanece despierto : $24 - x$

Del enunciado :

DUERME = TODAS - DUERME

$$\Rightarrow 2x = 24$$

$$\Rightarrow \text{DESPIERTO} = 24 - 12 = 12$$

$$\begin{array}{ccccc} \Downarrow & & \Downarrow & & \Downarrow \\ x & = & 24 & - & x \end{array}$$

$$\Rightarrow x = 12$$

Clave: "D"

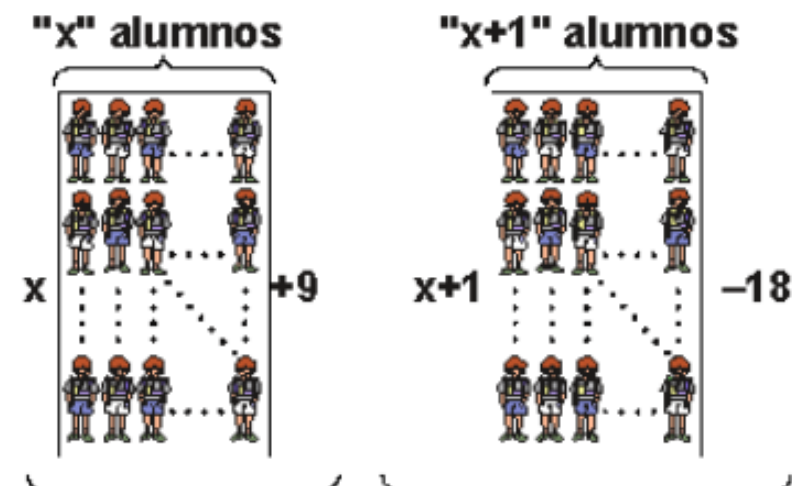
PLANTEO DE ECUACIONES

Con los alumnos de un aula se formó un cuadrado compacto y sobran 9 alumnos; para que se forme un cuadrado compacto sin que sobre ningún alumno tendría que haber 18 alumnos más como mínimo. ¿Cuántos alumnos hay en el aula?

A) 178 B) 181 C) 154 D) 205 E) 126

Resolución:

Consideremos que en cada lado del primero hay «x» alumnos, entonces en el lado del segundo habrá «x+1» alumnos así :



Total de alumnos : $x^2 + 9 = (x + 1)^2 - 18$

Sobran ↙ faltarían ↙

$$\Rightarrow x^2 + 9 = x^2 + 2x + 1 - 18$$

$$\Rightarrow 26 = 2x \Rightarrow 13 = x$$

$$\Rightarrow \text{Total de alumnos} : 13^2 + 9 = 178$$

Clave: "A"

Si hoy gasto lo mismo que ayer, mañana gastaría la mitad de hoy, entonces me quedaría sin dinero alguno; pero en cambio, si ayer hubiese gastado la mitad de lo que gasté, hoy tendría que gastar **\$.30** más de lo que gasté realmente ayer. ¿Cuánto tenía ayer?

Resolución:

A) \$.7 B) 10 C) 8 D) 30 E) 15

Sea lo que gastó ayer igual a **2x**

De la primera parte : «Si hoy gasto lo mismo que ayer, mañana gastaría la mitad de hoy y me quedaría sin dinero» tenemos :

$$\underbrace{\text{Ayer}}_{2x} \quad \underbrace{\text{Hoy}}_{2x} \quad \underbrace{\text{Mañana}}_x \Rightarrow \text{Total} = 5x \dots (I)$$

Luego : «Si ayer hubiese gastado la mitad de lo que gasté , hoy tendría para gastar **30** soles más de lo que gasté realmente ayer», entonces :

$$\underbrace{\text{Ayer}}_x \quad \underbrace{\text{Hoy}}_{2x + 30} \Rightarrow \text{Total} = 3x + 30 \dots (II)$$

Como el total es el mismo, igualamos (I) y (II) :

$$5x = 3x + 30 \Rightarrow x = 15$$

$$\Rightarrow \text{Ayer tenía : } 2(15) = 30$$

Clave: "D"

En la ciudad se observa que existe **5** gatos por cada **2** ratones, pero un virus elimina **5** ratones por cada **2** gatos, si sobrevivieron **84** gatos y ningún ratón. ¿Cuántos ratones había inicialmente?

A) 100 B) 40 C) 50 D) 22 E) 60

Resolución:

Como la relación de números de gatos y ratones es de **5** a **2**, entonces :

De acuerdo a la condición el problema, elaboramos el siguiente cuadro :

	Al inicio	Sobreviven	Mueren
Nº gatos	$5x$	84	$5x - 84$
Nº ratones	$2x$	0	$2x$

Por dato, mueren **5** ratones por cada **2** gatos, es decir :

$$\frac{2x}{5x - 84} = \frac{5}{2} \Rightarrow 4x = 25x - 84(5)$$

$$\Rightarrow 21x = 84(5) \Rightarrow x = 20$$

\Rightarrow Al inicio habrían $2(20) = 40$ ratones

Clave: "B"

PLANTEO DE ECUACIONES

Un matrimonio dispone de **32** soles para ir al cine con sus hijos . Si compra las entradas de **5** soles le faltaría dinero y si adquiere las de **4** soles le sobraría dinero. ¿Cuántos hijos tiene el matrimonio?

A) 5 hijos

B) 4 hijos

C) 6 hijos

D) 7 hijos

E) 8 hijos

Resolución:

sea **x** : número de personas

De (I) y (II): **x = 7**

Primero : **$5x > 32 \Rightarrow x > 6,4 \dots$** (I)

Total de personas serán **7** y los hijos sólo: **$7 - 2 = 5$**

Luego : **$4x < 32 \Rightarrow x < 8 \dots$** (II)

Clave: "A"

Una persona fabrica un número determinado de sillas. Si duplica su producción y vende **60**, le quedan más de **24**. Luego fabrica **10** más y vende **28**. Tendrá entonces menos de **10** sillas. Señale cuántas sillas se fabricaron.

A) 43 B) 45 C) 88 D) 53 E) 96

Resolución:

Si **x** es el número de sillas producido:

2x = el número duplicado, primeramente

$$\Rightarrow 2x - 60 > 24$$

$$\Rightarrow x > 42 \quad \dots (I)$$

Luego : $[(2x - 60) + 10] - 28 < 10$

$$\Rightarrow x < 44 \quad \dots (II)$$

De (I) y (II), considerando el único valor entero:

$$42 < x < 44$$

$$\Rightarrow x = 43$$

Clave: "A"



Quédate En Casa



¡GRACIAS !